

Gambar 5 Efficient Frontier – Ekivalensi Kepastian

Semua titik yang memaksimalkan ekivalensi ketidakpastian terletak pada efficient frontier Meskipun semua memiliki resiko, toleransi resiko yang sesuai dengan investasi minimum di daerah peralihan dari kurva.

4. Kesimpulan

Hubungan antara teori preferensi dan efficient frontier untuk portofolio melalui CAPM Markowitz sangat berguna, mengarah pada keputusan investasi yang optimal. Pembuat keputusan melihat kemungkinan investasi efisien yang berbeda dan memilih yang optimal, dengan memaksimalkan ekivalensi kepastian.

Makalah ini menjelaskan pentingnya dan potensi integrasi antara CAPM dan Teori Preferensi. Sebuah contoh kasus dieksplorasi, sebagai analogi untuk proyek-proyek. Langkah berikutnya dalam manajemen resiko untuk proyek adalah pengembangan dukungan keputusan terintegrasi memberikan investor perbandingan yang lebih baik antara prospek, dan yang bermanfaat untuk keputusan individual (masing-masing prospek) atau untuk portofolio investasi.

Efisien Frontier adalah profil return paling efisien untuk berbagai kombinasi Aset Beresiko. Maksud paling efisien itu berarti, return sangat maksimum untuk kombinasi tertentu dari Aset Beresiko dan untuk Risiko yang diberikan, pada setiap titik pada Frontier Efisien. CAPM adalah hal yang sama, selain itu juga mencakup Aset bebas resiko bersama dengan kombinasi Aset Beresiko.

Volume 10 Nomor 1
Nopember 2011

ISSN : 1412 - 5056



MATEMATIKA

• JURNAL TEORI DAN TERAPAN MATEMATIKA •

Total Vertex Irregularity Strength Dari Graf Buku $(P_2, K_{f,n})$

Rismawati Ramdani

Model Optimisasi Vaksinasi Tipe SVIR

Jonner Nainggolan

Teorema Green Bentuk Vektor

Gani Gunawan

Pemodelan Kurva Imbal Hasil Obligasi Pemerintah

Menggunakan Model Nerson-Siegel

Muslim, Dedi Rosadi, Gunardi, Abdurakhman

Kajian Tentang Teorema Burnside dan Aplikasinya

Hamidah Suryani Lukman & Ichi Sukarsih

Model Antrian Multichannel dan Multiphase

dengan Adanya Balking dan Reneging

Rahayu Nurfitri, Rini Cahyandari, Asep Solih Awalluddin

Analisis Pembentukan Portofolio Optimal Proyek

Menggunakan Teori Preferensi dan *Camp Efficient Frontier*

Elis Ratna Wulan

Analisis Pengaruh Karakteristik Usaha Kecil

Terhadap Efisiensi Industri Sepatu Cibaduyut

Eti Kurniati & Ichi Sukarsih

Diterbitkan oleh :

PROGRAM STUDI MATEMATIKA

Fakultas Matematika & Ilmu Pengetahuan Alam

Universitas Islam Bandung

MATEMATIKA

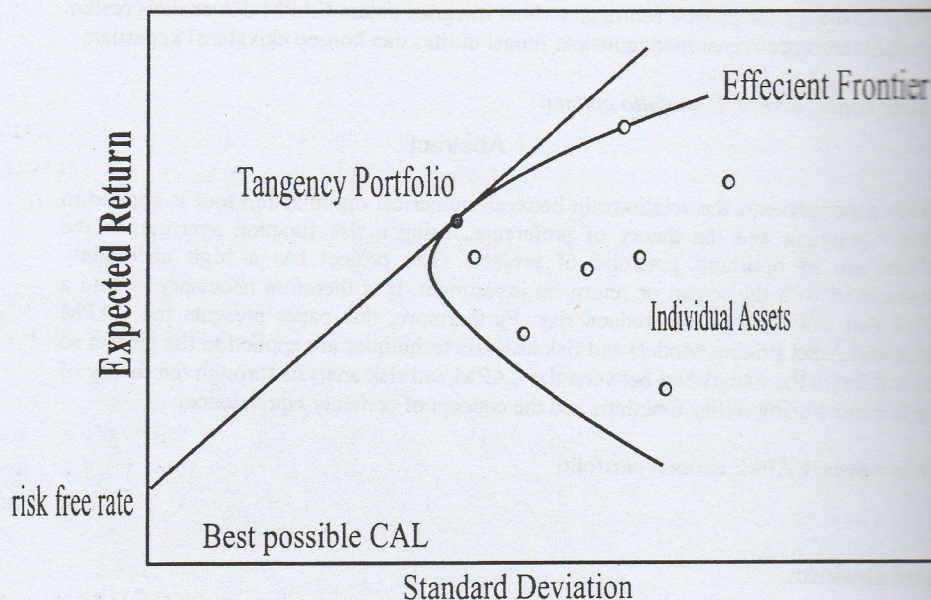
• JURNAL TEORI DAN TERAPAN MATEMATIKA •

Daftar Isi

Pengantar	i
Daftar Isi	ii
1 Rismawati Ramdani <i>Total Vertex Irregularity Strength dari Graf Buku $(P_2 \times K_{1,n})$</i>	1
2 Jonner Nainggolan <i>Model Optimisasi Vaksinasi Tipe SVIR</i>	15
3 Gani Gunawan <i>Teorema Green Bentuk Vektor</i>	25
4 Muslim, Dedi Rosadi, Gunardi, Abdurakhman <i>Pemodelan Kurva Imbal Hasil Obligasi Pemerintah Menggunakan Model Nerson-Siegel</i>	33
5 Hamidah Suryani Lukman & Ichi Sukarsih <i>Kajian Tentang Teorema Burnside dan Aplikasinya</i>	45
6 Rahayu Nurfitri, Rini Cahyandari, Asep Solih Awalluddin <i>Model Antrian Multichannel-Multiphase dengan Adanya Balking dan Reneging</i>	61
7 Elis Ratna Wulan <i>Analisis Pembentukan Portofolio Optimal Proyek Menggunakan Teori Preferensi dan Camp Efficient Frontier</i>	71
8 Eti Kurniati dan Ichi Sukarsih <i>Analisis Pengaruh Karakteristik Usaha Kecil Terhadap Efisiensi Industri Sepatu Cibaduyut</i>	81

Menurut Jogiyanto (2009), CAPM dapat digunakan untuk mengestimasi return suatu sekuritas. Asumsi-asumsi yang digunakan di model CAPM adalah: (1) semua investor mempunyai cakrawala satu periode yang sama, (2) semua investor melakukan pengamatan keputusan investasi berdasarkan pertimbangan antara nilai return yang ekspektasi dan deviasi standar return dari portofolionya, (3) semua investor memiliki harapan yang seragam terhadap faktor-faktor input yang digunakan untuk keputusan portofolio, (4) semua investor dapat meminjamkan sejumlah dananya atau meminjam sejumlah dana dengan jumlah yang tidak terbatas pada tingkat suku bunga bebas resiko, (5) penjualan pendek diijinkan, (6) semua aktiva dapat dipecah-pecah menjadi bagian yang lebih kecil dengan tidak terbatas, (7) semua aktiva dapat dipasarkan secara likuid sempurna, (8) tidak ada biaya transaksi, (9) tidak terjadi inflasi, (10) tidak ada pajak pendapatan pribadi, (11) investor adalah penerima harga, dan (12) pasar modal dalam kondisi ekuilibrium.

Model CAPM dikembangkan oleh Harry Markowitz pada tahun 1962. Berdasarkan keseimbangan alami antara resiko dan return dari setiap investasi yang diberikan, Markowitz membentuk teori untuk presifikasi aset. Ide utama CAPM adalah efficient portfolio frontier.



Gambar 1 Efficient Frontier

Sebagaimana dijelaskan pada gambar 1, setiap kombinasi aset yang mungkin dapat diplot dalam ruang risiko-return, dan kumpulan semua portofolio yang mungkin didefinisikan di ruang ini. Garis sepanjang tepi atas dari daerah ini dikenal sebagai perbatasan efisien (kadang-kadang "perbatasan Markowitz"). Kombinasi sepanjang garis ini mewakili portofolio (secara eksplisit tidak termasuk alternatif bebas risiko) yang terendah risikonya untuk suatu tingkat pengembalian. Sebaliknya, dengan jumlah resiko tertentu, portofolio terletak di perbatasan efisien yang merupakan kombinasi penawaran keuntungan terbaik.

- b. Hitung resiko maksimum yang berhubungan dengan portofolio;
- c. Hitung return maksimal untuk tingkat resiko antara minimum dan maksimum (yang dihitung berdasarkan langkah-langkah sebelumnya);
- d. Menghubungkan titik-titik melalui smoothed curve, efficient frontier diplot.

Misalkan, hanya dua proyek dalam portofolio, rumusnya adalah:

$$Ret_{Portf} = Ret_1 x_1 + Ret_2 x_2$$

$$\sigma_{Portf}^2 = (\sigma_1 x_1)^2 + (\sigma_2 x_2)^2 + 2\sigma_1 \sigma_2 x_1 x_2 \rho_{1,2}$$

di mana,

Ret_{Portf} adalah return portofolio

σ_{Portf} adalah resiko portofolio

Ret_1, Ret_2 adalah return masing-masing proyek

σ_1, σ_2 adalah resiko proyek-proyek

$\rho_{1,2}$ adalah indeks korelasi di antara proyek-proyek dan

x_1, x_2 adalah tingkat partisipasi pada setiap proyek

Frontier tidak menonjolkan satu titik sebagai optimal, tetapi trade off antara resiko dan return. Teori Preferensi memungkinkan untuk mencapai titik optimal bagi proyek.

2. Fungsi Utilitas, Ekivalensi Ketidakpastian dan CAPM

Penggunaan fungsi utilitas pada proyek yang mengalokasikan jumlah yang sama dengan modal adalah risk aversion, yaitu semakin besar resiko, semakin kecil nilai tambah yang dirasakan oleh pembuat keputusan. Di sisi lain, proyek pada perusahaan teknologi baru cenderung risk prone.

Salah satu cara mudah untuk mengukur hubungan ini adalah fungsi utilitas. Fungsi utilitas cenderung mengikuti bentuk dasar yang ditunjukkan gambar 2.

Ketika beberapa proyek sedang dipertimbangkan penyederhanaan berikut dapat dilakukan:

$$E_q C(Portf) = EV - \left(\frac{\sigma^2}{R} \right)$$

di mana,

EV adalah yang diharapkan dari portofolio

σ^2 adalah varians dari portofolio

R adalah toleransi resiko

Menggunakan rumus di atas untuk nilai yang berbeda dari R, berbagai ekivalensi ketidakpastian optimum dicapai. Setelah resiko toleransi ditentukan, masalah seleksi portofolio ternyata menjadi masalah yang sederhana.

3. Contoh Kasus

Misalkan investor memiliki empat pilihan berikut, proyek A, B, C dan D, sebagai pilihan investasi yang memiliki karakteristik (biaya pengembangan, return dan risiko diberikan dalam miliar rupiah).

<i>Projects</i>			
Project	Development Costs	Return	Risk
A	300	300	60
B	200	250	50
C	180	220	40
D	130	60	10

Gambar 3 Ringkasan Proyek

Misalkan juga bahwa perusahaan ini dapat berinvestasi sampai 400 miliar rupiah dan kelonggaran anggaran minimum untuk proyek ini adalah 20 miliar rupiah. Mengikuti langkah-langkah yang disebutkan sebelumnya, relasi resiko-return dapat dioptimalkan. Efficient frontier ditunjukkan pada grafik pada gambar 4, dengan indikasi resiko dan return untuk empat proyek secara individual.

Seiring meningkatnya resiko, proyek D cenderung ditinggalkan dan proyek B dan C cenderung meningkatkan partisipasi hingga 100%. Metode CAPM sangat berguna dalam seleksi portofolio. Untuk mencapai resiko dan return setiap proyek, umumnya analisis resiko yang lebih luas harus dibuat sebelumnya.

Efficient frontier diplot mempertimbangkan portofolio empat proyek. Sekarang tujuan dari optimisasi adalah untuk memaksimalkan ekivalensi ketidakpastian dengan mengubah tingkat partisipasi dalam empat proyek.

Tabel 2 menunjukkan, untuk toleransi resiko yang berbeda, resiko dan return dicapai, serta tingkat partisipasi pada empat proyek, dan alokasi modal dalam portofolio.

Tabel 2 Toleransi Resiko

	Risk	Return	Portf. Cost	%A	%B	%C	%D	EgC
R=5	24.53	260.63	304.37	20.8	25.0	34.4	100.0	140.31
R=10	36.20	371.57	400.00	30.9	39.7	54.3	100.0	240.50
R=20	51.91	463.71	400.00	42.9	61.1	82.9	0.0	329.00
R=40	54.23	471.92	400.00	31.3	70.0	92.2	0.0	398.41
R=60	57.70	479.76	400.00	20.3	79.5	100.00	0.0	404.27
R=80	61.29	485.85	400.00	12.2	91.7	100.00	0.0	430.90
R=100	64.16	490.00	400.00	6.7	100.00	100.00	0.0	448.94
R=200	64.16	490.00	400.00	6.7	100.00	100.00	0.0	469.42
R=300	64.16	490.00	400.00	6.7	100.00	100.00	0.0	476.28
R=400	64.16	490.00	400.00	6.7	100.00	100.00	0.0	479.71

Melampaui toleransi resiko 100 miliar rupiah, titik ambang dicapai. Tidak lagi dapat ditambahkan resiko atau return pada portofolio ini. Hanya toleransi resiko terkecil, 5 miliar rupiah, tidak menggunakan semua modal yang tersedia. Dalam grafik pada gambar 5, efficient frontier, empat proyek dan seleksi portofolio untuk R bervariasi dari 5 sampai 100 miliar rupiah ditampilkan.

Daftar Pustaka

- [1]. De Jong, T.J., dkk. *Optimization Models*, Cambridge University Press.
- [2]. Hartley, M.J. (1998). *Markowitz Models of Portfolio Selection: The Inverse Problem*.
- [3]. Michailidis, G., dkk. (2006). Testing The Capital Asset Pricing Model (CAPM): The Case of The Emerging Greek Securities Market, *International Research Journal of Finance and Economics* 2006; 4; 78 – 91.
- [4]. Motta, R., dkk. (2001). Combining Preferences Theory and CAPM Efficient Frontier: Towards An Optimum Portfolio of Upstream Projects. San Antonio.
- [5]. Sukarno, M. (2007). *Analisis Pembentukan Portfolio Optimal Saham Menggunakan Metode Single Indeks di Bursa Efek Jakarta*, Universitas Diponegoro, Semarang.
- [6]. Tesarone, F., dkk. (2010). *Portfolio Selection Problems in Practice: A Comparison Between Linear and Quadratic Optimization Models*, Roma.

Volume 10 Nomor 1
Nopember 2011

ISSN : 1412 - 5056

MATEMATIKA

• JURNAL TEORI DAN TERAPAN MATEMATIKA •

PENANGGUNG JAWAB

M. Yusuf Fajar, Drs., M.Si.
(ex. officio Dekan Fakultas MIPA UNISBA)

KETUA PENYUNTING

Gani Gunawan, S.Si., M.Si.

PENYUNTING PELAKSANA

Yani Ramdhani, Dra., M.Pd.
Eti Kumiaty, Dra., M.Si.
Onoy Rohaeni, Dra., M.Sc.
Didi Suhaedi, S.Si., M.Kom.
Yurika Permanasari, S.Si., M.Kom.
Farid Hirji Badruzzaman, Drs.
Erwin Harahap, S.Si., M.Sc.
Iciah Sukarsih, S.Si., M.Si.

SEKRETARIAT

Tinne Susiana
Mastur, S.Pd.I.

ALAMAT REDAKSI

Program Studi Matematika FMIPA UNISBA
Jl. Purnawarman No. 63 Bandung 40116
e-mail : math_unisba@unisba.ac.id
Telp. (022)4203368 Pes.136 fax.
(022)440678

PENGANTAR REDAKSI

Bismillahirrahmanirrahim
Assalamu'alaikum Wr. Wb.

Dengan mengucapkan Alhamdulillah, segala puji dan syukur kami panjatkan ke hadirat Allah SWT bahwa Jurnal Matematika volume 10 No.1 ini dapat terbit di hadapan pembaca.

Seluruh artikel yang dimuat pada edisi kali ini merupakan hasil penelitian, analisis dan studi literatur di bidang matematika dan terapannya, yang sebagian besar ditulis oleh para dosen matematika di luar Unisba.

Keseluruhan artikel yang disajikan pada edisi kali ini diharapkan dapat menambah wawasan pemikiran dan pengetahuan di bidang kajian matematika dan menambah wawasan penerapan matematika di bidang ilmu lainnya bagi para pembaca.

Ucapan terima kasih kami sampaikan kepada para penulis yang telah mengirimkan artikelnya yang dimuat dalam jurnal terbitan kali ini. Kami mengharapkan para peneliti di bidang matematika dapat mengirimkan hasil penelitiannya untuk dimuat pada Jurnal Matematika edisi berikutnya.

Wassalamu'alaikum Wr. Wb.

Redaksi

ANALISIS PEMBENTUKAN PORTOFOLIO OPTIMAL PROYEK MENGGUNAKAN TEORI PREFERENSI DAN CAPM EFFICIENT FRONTIER

Elis Ratna Wulan

Jurusan Matematika Universitas Islam Negeri Sunan Gunung Djati Bandung
e-mail: elisrwulan@yahoo.com

Abstrak

Makalah ini menyajikan hubungan antara alat optimasi numerik yang diaplikasikan pada investasi dan teori preferensi, menggunakan fungsi risk aversion, dalam pembentukan portofolio optimum proyek. Proyek memiliki ketidakpastian yang tinggi dihubungkan dengan return atau keuntungan investasi. Oleh karena itu perlu dicari alat yang dapat mengidentifikasi dan mengurangi resiko. Lebih jauh makalah ini menyajikan CAPM (Capital Asset Pricing Model) dan teknik analisis resiko yang diaplikasikan pada proyek sehingga terlihat integrasi antara CAPM dan analisis resiko melalui teori preferensi menggunakan fungsi utilitas dan konsep ekivalensi kepastian.

Kata kunci: CAPM. Portofolio optimal

Abstract

This paper presents the relationship between numerical optimization tool is applied to the investment and the theory of preference, using a risk function aversion, in the formation of optimum portfolio of projects. The project has a high uncertainty associated with the return or return on investment. It is therefore necessary to find a tool that can identify and reduce risk. Furthermore, this paper presents the CAPM (Capital Asset Pricing Model) and risk analysis techniques are applied to the project so that it looks the integration between the CAPM and risk analysis through the theory of preferences using utility functions and the concept of certainty equivalence.

Keywords: CAPM. optimal portfolio

1. Pendahuluan

Definisi dari *Capital Asset Pricing Model* (CAPM) menurut Keown et. al. (2005) adalah:

"An equation stating that the expected rate of return on an investment is a function of the risk free rate, the investment's systematic risk, and the expected risk premium for the market portofolio of all risky securities".

Konsep CAPM pada umumnya berguna untuk mengkuantifikasikan hubungan antara resiko dan return. CAPM berfungsi menjelaskan tingkah laku dari harga-harga sekuritas dan memberikan mekanisme bagi investor untuk memiliki pengaruh suatu sekuritas terhadap resiko dan return.

Secara matematis Frontier Efisien adalah persimpangan Himpunan Portofolio dengan Varians Minimum dan Himpunan Portofolio dengan return maksimum. Perbatasan efisien digambarkan di gambar 1, dengan μ_p return pada sumbu y, dan σ_p risiko pada sumbu-x.

Perbatasan efisien akan cembung - ini karena karakteristik laba-risiko dari perubahan portofolio non-linear sebagai bobot komponen berubah. (Seperti dijelaskan di atas, risiko portofolio adalah fungsi korelasi dari komponen aset, dan dengan demikian perubahan non-linear sebagai bobot perubahan komponen aset.) Perbatasan efisien adalah sebuah parabola (hiperbola) ketika hasil yang diharapkan diplot terhadap varians (standar deviasi). Daerah di atas perbatasan tidak mungkin dapat dicapai dengan memegang aset berisiko saja. Tidak ada portofolio dapat dibangun sesuai dengan poin di daerah ini. Poin di bawah perbatasan adalah suboptimal. Seorang investor yang rasional akan memegang portofolio hanya di wilayah perbatasan.

Dalam setiap proyek atau investasi di mana ketidakpastian terlibat, return yang diberikan oleh rata-rata bersih nilai saat ini atau tingkat pengembalian internal yang dihitung melalui sejumlah iterasi yang cukup besar untuk pendekatan hasil rata-rata dengan nilai yang diharapkan dari investasi atau proyek.

Resiko dianggap sebagai dispersi hasil dari pengukuran return. Pada umumnya, deviasi standar digunakan dengan asumsi bahwa distribusi data adalah mungkin dipahami normal atau lognormal. Meningkatnya return juga berarti risiko lebih besar, ini merupakan fakta alami. Model Markowitz menggambarkan hal tersebut dengan sangat baik, dengan efficient frontier dari portofolio.

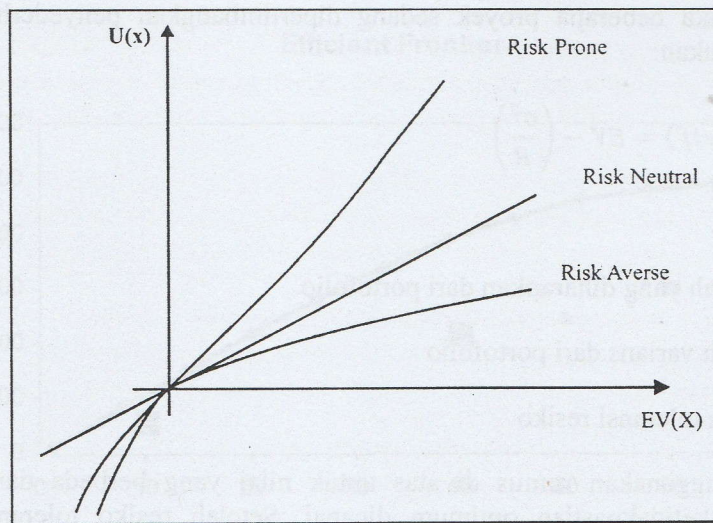
Bekerja dengan angka yang diberikan oleh proyek, dan menggunakan beberapa pembatasan, seperti modal yang tersedia untuk diterapkan dalam portofolio, adalah mungkin untuk membangun efficient frontier.

Pengoptimalan linier atau non linier merupakan komponen penting untuk solusi dari masalah ini. Dalam hal ini pengoptimasi bekerja melalui metode steep descent, yaitu memodifikasi parameter dalam arah berlawanan dari pertumbuhan fungsi kesalahan.

Beberapa karakteristik dari proyek khususnya industri minyak terlibat dalam masalah ini. Di sektor ini, perusahaan sering membuat joint venture untuk menyelesaikan proyek. Misalkan risiko maksimum yang akan diambil sebuah perusahaan, fungsi tujuan adalah untuk memaksimalkan return yang diberikan dengan pembatasan modal maksimum untuk diinvestasikan. Optimisasi dibuat dengan mengubah tingkat partisipasi dalam setiap proyek (dari 0% sampai 100%).

Langkah-langkah berikut diperlukan untuk komposisi efficient frontier:

- a. Tentukan risiko yang lebih kecil dari investasi minimum dan returnnya;



Gambar 2 Fungsi Utilitas

Dari gambar 2, $U(X)$ berarti utilitas investasi dan $EV(X)$ adalah nilai yang diharapkan dari investasi yang sama, asumsikan resiko (standar deviasi) adalah proporsional.

Ide ekivalensi kepastian berasal dari fungsi utilitas, di mana sejumlah pembuat keputusan akan membayar untuk investasi beresiko. Memaksimalkan ekivalensi kepastian ini berarti memaksimalkan nilai investasi untuk pembuat keputusan. Investor *risk averse* diharapkan memiliki ekivalensi ketidakpastian yang kurang dari nilai harapan dari bisnis yang dievaluasi.

Penggunaan fungsi utilitas eksponensial untuk ekivalensi ketidakpastian berdasarkan rumus berikut ini:

$$E_q C(x) = -R \ln \left(p_1 e^{-\left(\frac{V_1}{R}\right)} + p_2 e^{-\left(\frac{V_2}{R}\right)} \right)$$

V_1 adalah nilai keuangan investasi 1

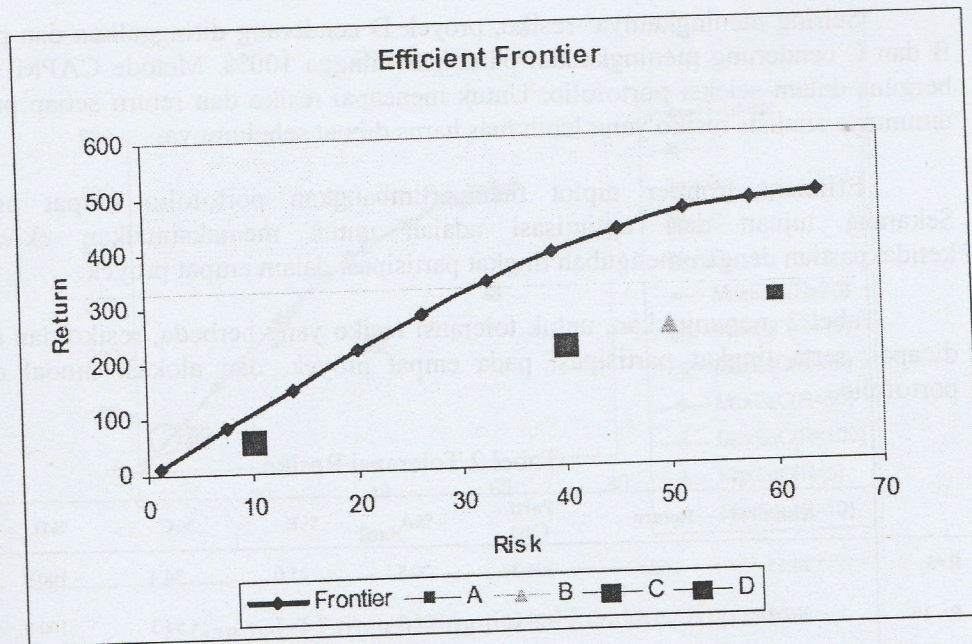
V_2 adalah nilai keuangan investasi 2

p_1 adalah probabilitas dari peristiwa 1

p_2 adalah probabilitas dari peristiwa 2

R adalah toleransi resiko.

Menggunakan nilai R ini, ekivalensi kepastian dapat dihitung untuk investasi. Toleransi resiko yang lebih rendah berarti preferensi resiko bisnis yang lebih rendah. Jika toleransi resiko diketahui, maka mungkin untuk menghitung alokasi modal terbaik untuk portofolio.



Gambar 4 Efficient Frontier untuk Empat Proyek

Meningkatkan tingkat minimal, return juga meningkat. Frontier mencerminkan hubungan optimal antara resiko dan return. Tabel 1 menyajikan hasil untuk optimisasi pada setiap titik tingkatan partisipasi setiap pilihan.

Tabel 1 Optimisasi

	Risk	Return	Portf. Cost	%A	%B	%C	%D
Min. Risk	1.32	12.83	20.00	0.72	0.69	0.98	11.29
	7.60	81.96	104.18	5.88	7.05	9.69	42.31
	13.89	149.71	190.28	10.73	12.88	17.71	77.28
	20.17	216.91	266.38	16.29	19.55	26.89	100.00
	26.45	279.39	320.68	22.78	27.34	37.59	100.00
	32.74	339.25	372.71	29.00	34.79	47.85	100.00
Max. Return	39.02	289.89	400.00	33.03	44.14	60.13	80.32
	45.30	427.28	400.00	38.24	52.63	71.50	39.47
	51.59	462.01	400.00	43.07	60.50	82.09	1.55
	57.87	480.09	400.00	19.89	80.17	100.00	0.00
	64.16	490.00	400.00	6.67	100.00	100.00	0.00